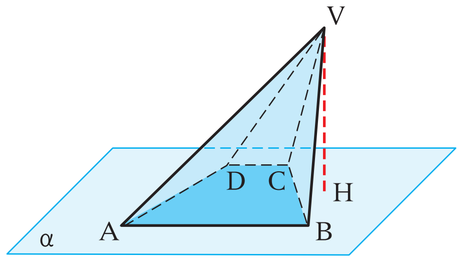
Lezione 7

Le piramidi

Consideriamo un poligono, ad esempio il quadrilatero ABCD. Prendiamo anche un punto V, esterno al piano α a cui appartiene il poligono. Congiungiamo il punto V con ogni vertice del quadrilatero.



Il poliedro limitato dal quadrilatero ABCD e dai triangoli AVB, BVC, CVD, DVA viene chiamato **piramide**.

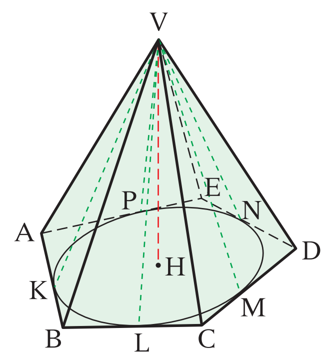
Il poligono ABCD è detto **base** della piramide.
I triangoli AVB, BVC, CVD, DVA sono le **facce laterali**; essi costituiscono la **superficie laterale**. V è il punto in comune a tutte le facce laterali ed è detto **vertice** della piramide. La sua distanza dal piano della base, ossia il segmento VH, è l'**altezza** della piramide.

La **superficie totale** è costituita dalla superficie laterale e da quella della base.

Una piramide è detta triangolare, quadrangolare, pentagonale, ... a seconda che la base sia un triangolo, un quadrilatero, un pentagono, ...

Consideriamo ora la piramide della figura a fianco e osserviamone le caratteristiche:

- il poligono di base è circoscritto a una circonferenza;
- l'altezza cade nel centro della circonferenza inscritta.



piramide retta pentagonale

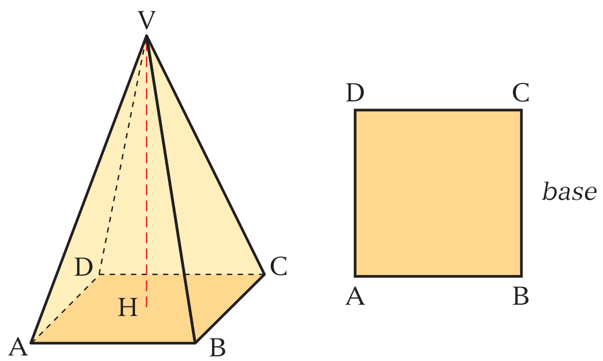
H coincide con O, centro della circonferenza inscritta

VH *altezza*

VK ≅ VL ≅ VM ≅ VN ≅ VP *apotema*

Una piramide avente queste caratteristiche è detta piramide **retta**. Una piramide non retta si dice **obliqua**.
In una piramide retta i triangoli che costituiscono la superficie laterale, anche se sono diversi tra loro, hanno tutti la stessa altezza.
L'altezza di questi triangoli è chiamata **apotema** della piramide.

Se una piramide retta ha per base un poligono regolare, è chiamata piramide **regolare**.
In una piramide regolare tutti i triangoli che costituiscono le facce laterali sono isosceli e congruenti tra loro.



piramide regolare quadrangolare

Si chiama piramide il poliedro limitato da un poligono, detto base, e da tanti triangoli, aventi un vertice in comune, quanti sono i lati della base.

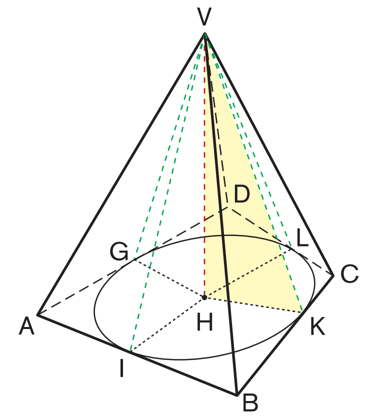
Una piramide si dice retta se:
- **il poligono di base è circoscrittibile a una circonferenza;**
- **l'altezza cade nel centro della circonferenza inscritta.**

Una piramide si dice regolare se:
- **è retta;**
- **il poligono di base è regolare.**

LABORATORIO

La relazione tra l'altezza e l'apotema di una piramide retta

Consideriamo una piramide retta.
Il punto H in cui cade l'altezza è il centro della circonferenza inscritta nella base.
Il punto H è allora equidistante dai lati della base, quindi $\overline{HI} = \overline{HK} = \overline{HL} = \overline{HG}$.
L'altezza VH è perpendicolare al piano di base, allora i triangoli VHI, VHK, VHL, VHG sono triangoli rettangoli congruenti tra loro.
I segmenti VI, VK, VL, VG sono allora congruenti tra loro: ognuno di essi è **apotema** della piramide.



Fissiamo ora l'attenzione sul triangolo VHK, rettangolo in H.
Possiamo applicare il teorema di Pitagora: $\overline{VK}^2 = \overline{HK}^2 + \overline{VH}^2$

Indicando con *a* l'apotema, con *r* il raggio di base, con *h* l'altezza della piramide, possiamo scrivere la relazione:

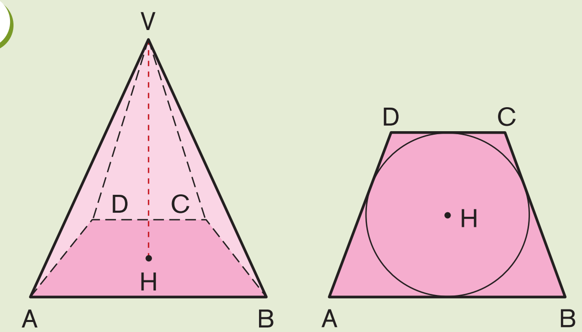
$$\boldsymbol{a^2 = r^2 + h^2} \qquad \text{da cui:} \qquad a = \sqrt{r^2 + h^2}$$

Considerando le formule inverse: $r^2 = \ldots\ldots^2 - \ldots\ldots^2$ $\qquad h^2 = \ldots\ldots^2 - \ldots\ldots^2$

si ha: $r = \sqrt{\ldots\ldots^2 - \ldots\ldots^2}$ $\qquad h = \sqrt{\ldots\ldots^2 - \ldots\ldots^2}$

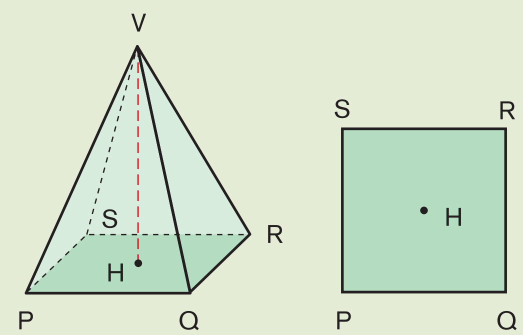
Osserva le piramidi e le rispettive viste dall'alto. Rispondi alle domande.

1



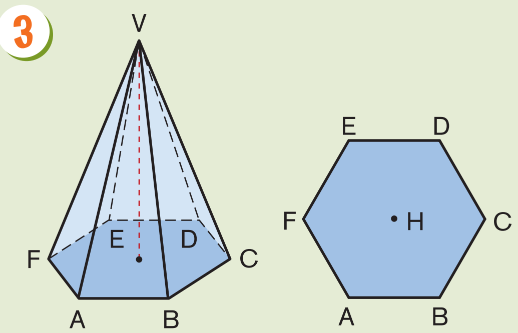
È retta? ...... È regolare? ......

2



È retta? ...... È regolare? ......

3

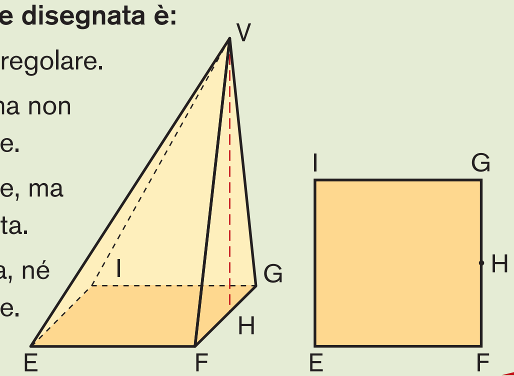


È retta? ...... È regolare? ...... Infatti un esagono regolare è sempre ....

TEST PER L'INVALSI

4 **La piramide disegnata è:**

a) retta e regolare.
b) retta, ma non regolare.
c) regolare, ma non retta.
d) né retta, né regolare.



ESERCIZI → pag. 126